

7. Exercices d'entraînement et de préparation au DS

On traitera l'ensemble de ces exercices en utilisant au maximum la géométrie vectorielle, dans la mesure du possible.

Exercice 9.A Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

1. $\vec{u}(2;3)$ et $\vec{v}(1;3)$
2. $\vec{u}(1;4)$ et $\vec{v}(-2;6)$

Exercice 9.B On considère les points $R(0;2)$, $S(4;4)$, $T(-2;3)$ et $U(0;-1)$.

Soient I, J, K et L les milieux respectifs des segments [RS], [ST], [TU] et [UR].

1. Faire une figure.
2. Montrer que l'abscisse de I est 3, puis calculer l'ordonnée de I.
Calculer les coordonnées de J, K, L.

Exercice 9.C On considère les points $E(12;-5)$, $F(-2;3)$ et $G(-4;10)$.

Soient A et B les points tels que les quadrilatères EFAG et EFGB soient des parallélogrammes.

1. Calculer les coordonnées des points A et B.
2. Montrer que G est le milieu du segment [AB].

Exercice 9.D Soient les vecteurs $\vec{u}(-10;6)$ et $\vec{v}(-3;2)$.

1. Calculer le déterminant de ces deux vecteurs.
2. Sont-ils colinéaires ? Pourquoi ?

Exercice 9.E On considère les points $E(5;-1)$, $F(-1;4)$, $G(7;2)$ et $M(1;y)$, où y est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de y le point M appartient-il à la droite (FG) ?
2. Pour quelles valeurs de y les droites (EF) et (GM) sont-elles parallèles ?

Exercice 9.F On considère les points les points $A(4;0)$, $B(0;7)$, $C(-6;-5)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu P du segment [AB].
2. Calculer les coordonnées des points S et T définis par : $\vec{BS} = \frac{1}{3}\vec{CB}$ et $5\vec{CT} = 4\vec{CA}$
3. Le point P est-il sur la droite (ST) ? Justifier.

Exercice 9.G Soient $A(-3;3)$, $B(2;9)$, $C(-3;-4)$ et $D(6;4)$. Faire une figure.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$.
2. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 9.H Soient $A(-2;4)$, $B(5;6)$ et $C(1;-2)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé. Les points H et K sont les milieux respectifs de [BC] et [BA].

1. Que peut-on affirmer sur les droites (HK) et (AC) ? Sur les longueurs HK et AC ? (justifier)
2. Déterminer les coordonnées de H et K et retrouver les résultats précédents par le calcul.

Exercice 9.I 1. Tracer un triangle ABC et placer les points D et E tels que $\vec{AD} = -3\vec{AB}$, et $\vec{AE} = -3\vec{AC}$.

(a) Démontrer que $\vec{DE} = 3\vec{AB} - 3\vec{AC}$, puis que $\vec{DE} = -3\vec{BC}$.

(b) Interpréter géométriquement cette égalité vectorielle.

2. Généralisation.

On considère un triangle ABC, un réel k non nul et les points D et E tels que $\vec{AD} = k\vec{AB}$, et $\vec{AE} = k\vec{AC}$.

En suivant la même démarche que celle utilisée à la question 1, montrer que $\vec{DE} = k\vec{BC}$, et interpréter géométriquement ce résultat.

Exercice 9.J On rappelle la définition d'une homothétie de centre Ω et de rapport k .

C'est une transformation qui transforme le point M en un point M' tel que $\vec{\Omega M'} = k\vec{\Omega M}$

Cette transformation correspond à un agrandissement ou, à une réduction selon que $k > 1$ ou $k < 1$ (pour $k = 1$, il s'agit de l'application identité).

ABCD est un trapèze tel que : $AB = AD$, $\widehat{BAD} = 90^\circ$, et $\vec{DC} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

Soient I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [DC], et $M(x_M; y_M)$ le point d'intersection des droites (BD) et (AC).

On se place dans le repère orthonormé $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.

1. (a) Montrer que si M appartient à la droite (AC), alors $x_M - \frac{1}{3}y_M = 0$
(b) Montrer que : si M appartient à la droite (BD), alors $1 - x_M = y_M$
(c) En déduire que les coordonnées du point M sont $(\frac{1}{4}; \frac{3}{4})$.
2. Montrer que les points I, J et M sont alignés.
3. (a) Exprimer $\vec{MC}$ en fonction de $\vec{MA}$ et $\vec{MD}$ en fonction de $\vec{MB}$.
(b) Les points C et D sont les images respectives des points A et B par une homothétie.
Quel est son centre ? Quel est son rapport ?